

משוואות עם ערך מוחלט - לכיתה ח' מופת

תכונות הערך המוחלט

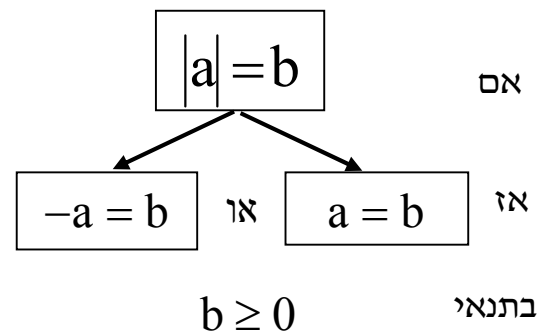
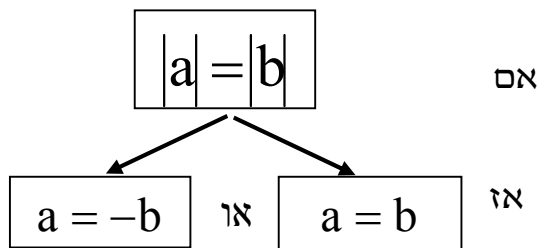
$$|a| \geq 0 \quad .1$$

$$|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad .2$$

$$b \neq 0 \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad \text{ולכן גם} \quad |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \quad .3$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad \text{תכונת אי שוויון המשולש.} \quad .4$$

העקרון בפתרון משוואות עם ערך מוחלט:



דוגמאות:

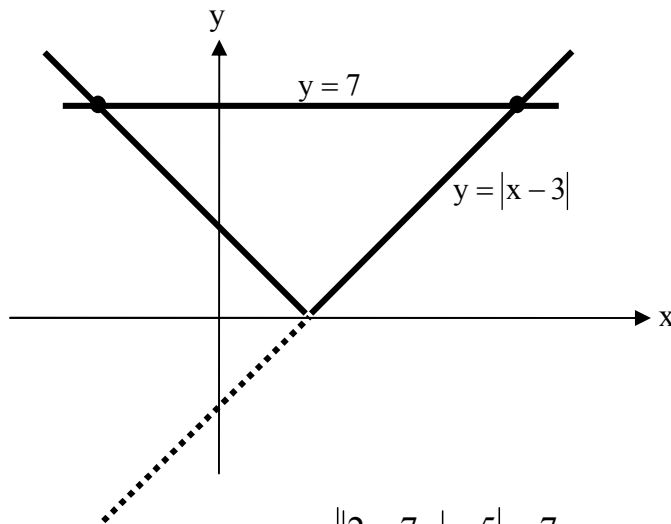
$$|x - 3| = 7 \quad \text{מצא את פתרונות המשוואה:} \quad .1$$

פתרון אלגברי

$$\begin{array}{|l}
 x - 3 = -7 \\
 x = -4
 \end{array}
 \quad \text{או} \quad
 \begin{array}{|l}
 x - 3 = 7 \\
 x = 10
 \end{array}
 \quad \text{לפי הנ"ל:}$$

פתרון גרפי:

נשרטט את הגרפים של $y = |x - 3|$ ושל $y = 7$ באותה מערכת צירים ונבדוק מהן הנקודות המשותפות.



2. מצא את פתרונות המשוואה: $||2 - 7x| - 5| = 7$

$$\begin{cases} |2 - 7x| - 5 = -7 \\ |2 - 7x| = -2 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} |2 - 7x| - 5 = 7 \\ |2 - 7x| = 12 \end{cases}$$

אין פתרון

$$\begin{cases} 2 - 7x = -12 \\ x = 2 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} 2 - 7x = 12 \\ x = -10/7 \end{cases}$$

יש לבדוק את הפתרונות ע"י הצבה במשוואה המקורית.

3. פתור את המשוואה: $|2x + |x - 2|| = 1$

$$\begin{cases} 2x + |x - 2| = -1 \\ |x - 2| = -1 - 2x \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} 2x + |x - 2| = 1 \\ |x - 2| = 1 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2 = -(-1 - 2x) \\ x = -3 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} x - 2 = -1 - 2x \\ x = 1/3 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} x - 2 = -(1 - 2x) \\ x = -1 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} x - 2 = 1 - 2x \\ x = 1 \end{cases}$$

לאחר בדיקת הפתרונות (הצבה במשוואה המקורית) הפתרונות הם $x = -1, x = -3$

4. פתור את המשוואה: $|x + 4| = |2x + 20|$

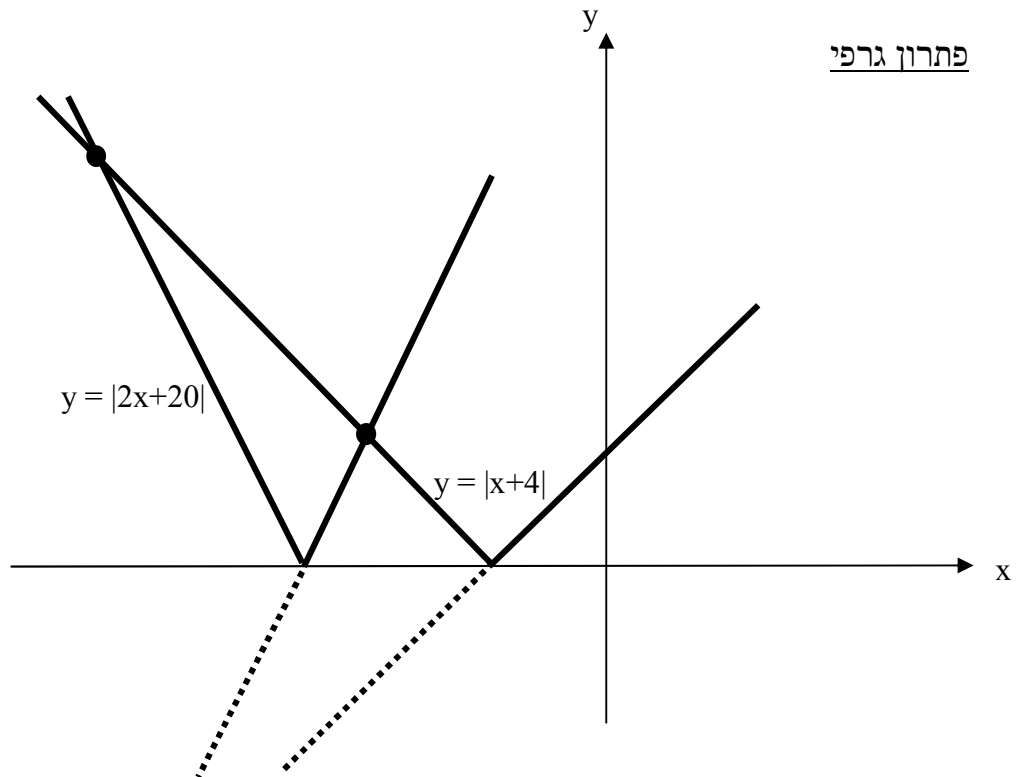
פתרון אלגברי

$$\begin{aligned} x + 4 &= -(2x + 20) \\ x &= -8 \end{aligned}$$

או

$$\begin{aligned} x + 4 &= 2x + 20 \\ x &= -16 \end{aligned}$$

פתרון גרפי



5. פתור את המשוואה: $|x + 3| = |2x + 6|$

אפשרות ראשונה: פתרון רגיל של שני המקרים מקבלים: $x = -3$

אפשרות שנייה: לפי תכונות הערך המוחלט:

$$|x + 3| = |2 \cdot (x + 3)| = |2| \cdot |x + 3|$$

⇓

$$|x + 3| = 0$$

$$x = -3$$

$$6. \quad |x - 3| + |y + 2| = 0 \quad \text{נתונה משוואה בשני נעלמים:}$$

א. מהו הפתרון? האם הוא יחיד?

אם סכום ערכים מוחלטים = 0, אז כל אחד מהם = 0. לכן: $x = 3$, $y = -2$.

יחידות נובעת מהתכונה הנ"ל.

7. פתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} ||x - 11| - 1| = 5 \\ x^3 - 2x^2 - 10x - 5 = 0 \end{cases}$$

הרעיון הוא לפתור את המשוואה הראשונה ולבדוק האם הפתרונות שייכים גם למשוואה השנייה.

$$||x - 11| - 1| = 5$$

$$\begin{cases} |x - 11| - 1 = -5 \\ |x - 11| = -4 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} |x - 11| - 1 = 5 \\ |x - 11| = 6 \end{cases}$$

אין פתרון

$$\begin{cases} x - 11 = -6 \\ x = 5 \end{cases}$$

או

$$\begin{cases} x - 11 = 6 \\ x = 17 \end{cases}$$

נציב במשוואה השנייה, ונראה ש-5 הוא הפתרון: $5^3 - 2 \cdot 5^2 - 10 \cdot 5 - 5 = 0$

תרגילים

1. פתור את המשוואות הבאות (בדרך אלגברית וגרפית):

א. $|x - 5| = 1$ ב. $|1 - x| = 8$ ג. $|6 - 5x| = 14$

2. א. $||3x + 5| - 1| = 6$ ב. $|3x - |7 - 2x|| = x + 1$

3. פתור בדרך גרפית: $|2x - 6| = |-x + 4|$

תשובות: 1. א. 4, 6 ב. -7, 9 ג. 4, -8/5

2. א. -4, 2/3 ב. 1, 2